2014

Подготовка к ЕГЭ по математике

Теория вероятности

62 задачи с объяснением решения и необходимыми теоретическими выкладками. Задачи из открытого банка заданий ЕГЭ по математике аналогичны экзаменационным

http://mathege.ru

Наталья и Александр Крутицких
www.matematikalegko.ru

01.01.2014

МАТЕМАТИКА? ЛЕГКО!!!

Задачи по теории вероятности, которые входят в ЕГЭ по математике — это несложные задачи. Большинство из них можно решить, зная всего лишь одну формулу, нужны лишь самые основные понятия теории вероятностей. Многие задания можно решить исходя из простых логических рассуждений. В жизни в разговорах людей вы, наверное, не раз слышали, что событие может случится с вероятностью один к одному (или 50 на 50 имеется в виду проценты), или один к десяти. Также вы слышали «даю стопроцентную гарантию», «это невозможно». Все эти высказывания имеют самое непосредственное отношение к теории вероятности.

Случайным называется событие, которое нельзя точно предсказать заранее. Оно может либо произойти, либо нет.

Вы получили подарок, оказавшись тысячным покупателем в бутике — случайное событие. Встретили свою будущую половину в трамвае — случайное событие, хотя как знать, может за вами долго следили ;)

О каждом из таких событий можно сказать, что оно произойдет с некоторой ***вероятностью***. Вы интуитивно знакомы с этим понятием. Дадим математическое определение вероятности.

Простые примеры

Монета.

Бросаем монетку. Орел или решка? Такое действие, которое может привести к одному из нескольких результатов, в теории вероятностей называют ***испытанием***. Орел и решка — два возможных ***исхода*** испытания (все варианты событий, которые только могут произойти, монета не может ни зависнуть, ни встать на ребро).

Орел выпадет в одном случае из двух возможных. Говорят, что **вероятность** того, что монетка упадет орлом, равна 1/2. Так же вероятность выпадения решки 1/2.

Игральная кость.

У кубика шесть граней, поэтому возможных исходов шесть (кубик упадёт на одну из шести граней).

Выпадение одного очка это один исход из шести возможных. Выпадение двух очков, это один исход из шести возможных. В теории вероятности такой исход называется ***благоприятным исходом***.

Вероятность выпадения тройки так же равна 1/6 (один благоприятный исход из шести возможных). Вероятность четверки — тоже 1/6. А вот вероятность появления семерки равна нулю. Ведь грани с семью точками на кубике нет.

Карты.

Возьмём колоду из 36 карт. Вероятность того, что вытащите из колоды карт одну, которую загадали, равна один к тридцати шести или 1/36, тридцать шесть это число возможных исходов, которые могут произойти (число всех карт), один это число благоприятных исходов (загаданная карта).

Вероятность того, что вы вытащите из колоды карт туза, равна 4 к 36 или 4/36. Четыре это число благоприятных исходов (в колоде четыре туза), тридцать шесть - число возможных исходов.

Вероятность того, что вы вытащите из колоды карт красную карту (черви или буби) равна 1 к 2 или 1/2. Число благоприятных исходов 18 (красных карт ровно половина), возможных исходов также 36, 18/36=1/2.

Вероятность события равна отношению числа благоприятных исходов к числу всевозможных исходов.

Понимания этого определения вполне достаточно, чтобы решить задачи. Очевидно, что вероятность не может быть больше единицы.

Другой пример. В пакете 23 шара одинакового размера, из них 8 — красные, остальные — зеленые. Вы запускаете в пакет руку и наугад вынимаете один. Вероятность вытащить красный шар равна 8/23, а зеленый — 15/23.

Вероятность достать красный или зеленый шар равна 8/23 + 15/23 = 1. Вероятность равна единице, означает, что событие (вы достанете либо красный либо зелёный шар) произойдёт в любом случае.

1001. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.

Число всевозможных исходов 60 (общее число билетов), число благоприятных исходов 57 (число выученных билетов). Вероятность того, что Андрею попадёт выученный билет, равна 57 к 60 или

$$\frac{57}{60} = \frac{19}{20} = 0{,}95$$

Ответ: 0,95

1006. Маша включает телевизор. Телевизор включается на случайном канале. В это время по девяти каналам из сорока пяти показывают новости. Найдите вероятность того, что Маша попадет на канал, где новости не идут.

Число всевозможных исходов 45 (число всех каналов), число благоприятных исходов 36 (число каналов, где новости не идут).

Вероятность того, что Маша попадет на канал, где новости не идут, равна 36 к 45 или

$$\frac{36}{45} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

Ответ: 0,8

1011. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.

Возможное число исходов 20 (число всех машин). Число благоприятных исходов 8 (зелёных машин). Искомая вероятность равна 8 к 20 или 0,4.

Ответ: 0,4

1016. Максим с папой решил покататься на колесе обозрения. Всего на колесе 30 кабинок, из них 11 – синие, 7 – зеленые, остальные – оранжевые. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Максим прокатится в оранжевой кабинке.

Число всевозможных исходов 30 (все кабинки). Число благоприятных исходов 30-11-7=12 (оранжевые кабинки). Вероятность того, что Максим прокатится в оранжевой кабинке равна 12 к 30 или

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Ответ: 0,4

1024. На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

Число всевозможных исходов 16 (общее количество пирожков), число благоприятных исходов 4 (число пирожков с вишней). Вероятность того, что пирожок окажется с вишней равна 4 к 16 или 4/16=0,25

Ответ: 0,25

1026. Родительский комитет закупил 30 пазлов для подарков детям на окончание учебного года, из них 12 с картинками известных художников и 18 с изображениями животных. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Вове достанется пазл с животным.

Число всевозможных исходов 30 (общее число наборов пазлов), число благоприятных исходов 18 (с изображением животных). Вероятность того, что Вове достанется пазл с животным равна 18 к 30 или

$$\frac{18}{30} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

Ответ: 0,6

282853. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

В подобных задачах для удобства следует составить таблицу сумм для двух костей (все варианты сумм, которые могут выпасть):

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего исходов 36 (6 на 6). Благоприятных исходов 5 (легко подсчитать в таблице). Вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков, равна 5 к 36 или 0,13888888…. Округляем до сотых, получаем 0,14.

Ответ: 0.14

282854. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Найдём число возможных исходов, переберём все варианты бросков. В подобных задачах составляйте таблицу, так считать на много удобней.

	1-й бросок	2-ой бросок
1	орёл	орёл
2	орёл	решка
3	решка	орёл
4	решка	решка

Всего возможных исходов четыре.

Орёл выпадет один раз во втором и третьем варианте. То есть число благоприятных исходов 2.

Вероятность того, что орел выпадет ровно один раз равна 2 к 4 или 0,5

Ответ: 0,5

282855. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Давайте представим, что все спортсменки одновременно подошли к шляпе и вытянули из нее бумажки с номерами. Кому-то из них достанется первый номер. Вероятность того, что его вытянет китайская спортсменка равна 5 к 20, то есть 5/20 (поскольку из Китая — 5 спортсменок).

Ответ: 0,25

282856. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Число всевозможных исходов 1000 (число насосов), число благоприятных исходов 995 (исправные насосы). Вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает (исправен) равна 995 к 1000 или 0,995

Ответ: 0,995

282857. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Сказано, что «на 100 качественных» сумок приходится 8 с дефектами, значит число возможных исходов 100+8=108. Число благоприятных исходов 100 (качественные сумки). Вероятность того, что купленная сумка окажется качественной равна 100 к 108 или

$$\frac{100}{108}=\frac{25}{27}\approx 0{,}9259\ldots$$

Округляем до сотых, получаем 0,93.

Ответ: 0,93

282858. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Число возможных исходов 25 (число всех спортсменов), благоприятных исходов 9 (число спортсменов из Швеции). Вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции равна 9 к 25 или 9/25=0,36

Ответ: 0,36

285923. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Выясним, как распределятся выступления по дням:

1 день – 8 выступлений, остальные поровну, значит по 18 выступлений в день. Вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса, равна 18 к 80 или 18/80=0,225.

Ответ: 0,225

285924. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

Восьмым может оказаться любой учёный, значит возможных исходов 10 (их всего 10). Из России приехало трое, значит благоприятных исходов три. Вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России 3 к 10 или 0,3

Ответ: 0,3

285925. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

В этой задаче число общее число исходов, а так же благоприятных исходов явно не задано. В данном случае нужно поставить себя на место Руслана Орлова. Он будет играть с кем-то из 25 спортсменов (на чемпионат приехали Руслан и ещё 25 спортсменов), значит возможных исходов 25. Из них осталось 9 спортсменов из России. Это и есть число благоприятных исходов. Вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России 9 к 25 или 0,36.

Ответ: 0,36

285926. В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику будет вопрос по ботанике.

Число всевозможных исходов 55 (число всех билетов), число благоприятных исходов 11 (билеты по ботанике). Вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику будет вопрос по ботанике равна 11 к 55 или

$$\frac{11}{55}=\frac{1}{5}=0{,}2$$

Ответ: 0,2

285928. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

В подобных задачах не важно как поставлен вопрос: «первым, шестым, последним», значения это не имеет. Число возможных исходов 25, благоприятных исходов 9 (число спортсменов из Парагвая). Вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая равна 9 к 25 или

$$\frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0{,}36$$

Ответ: 0,36

319353. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45 % этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Первая фабрика выпускает 0,45 продукции (стёкол). Вероятность купить бракованное стекло с первой фабрики равна 0,03.

Вторая фабрика выпускает 0,55 стёкол. Вероятность купить бракованное стекло со второй фабрики равна 0,01.

Вероятность того, что стекло куплено на первой фабрике И при этом оно окажется бракованным равна $0{,}45 \cdot 0{,}03 = 0{,}0135$.

Вероятность того, что стекло куплено на второй фабрике И при этом оно окажется бракованным равна $0{,}55 \cdot 0{,}01 = 0{,}0055$.

Покупка в магазине бракованного стекла подразумевает, что оно (бракованное стекло) куплено ЛИБО с первой фабрики, ЛИБО со второй. Это независимые события, то есть полученные вероятности складываем: $0{,}0135 + 0{,}0055 = 0{,}019$.

Ответ: 0,019

319355. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Сказано, что гроссмейстер должен выиграть оба раза. То есть, выиграть первый раз И при этом ещё выиграть ещё второй раз. В случае, когда происходят независимые события при условии того, что они выполняются определённым образом (происходят одновременно), то вероятности этих событий перемножаются (используется правило умножения).

Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: $0{,}52 \cdot 0{,}3 = 0{,}156$.

Ответ: 0,156

320169. Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

Каждый из мальчиков может начать игру по выпавшему жребию. Ребят четверо, то есть число всевозможных исходов 4. Благоприятный исход один (жребий выпадет Пете). Вероятность того, что это игру начнёт именно Петя, равна 1 к 4, то есть одной четвертой.

Ответ: 0,25

320170. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

Количество всевозможных исходов равно 16 (число всех карточек), количество благоприятных 4 (число карточек с номером 2).
Вероятность того, что команда России окажется во второй группе, равна отношению количества карточек с номером 2, к общему числу карточек.
То есть, она равна 4/16 = 0,25
Ответ: 0,25

320171. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
То есть необходимо найти вероятность того, что школьнику достанется вопрос ЛИБО по теме «Вписанная окружность», ЛИБО по теме «Параллелограмм». В данном случае вероятности складываются, так как это события несовместные (независимые) и произойти может любое из этих событий: $0{,}2+0{,}15=0{,}35$.
*Несовместные (независимые) события – это события, которые не могут произойти одновременно.
Ответ: 0,35

320172. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12.

Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Рассмотрим события. Пусть

A - кофе закончится в первом автомате,

B - кофе закончится во втором автомате.

Обратите внимание, что события A и B не являются несовместными (независимыми). Если бы они были несовместными, то вероятность того, что кофе закончился в обоих автоматах была бы равна $0{,}03 \cdot 0{,}03 = 0{,}09$. Тогда

$A \cdot B$ — кофе закончится в обоих автоматах,

$A + B$ — кофе закончится хотя бы в одном автомате.

По условию $P(A) = P\ (B) = 0{,}3 \quad P(A \cdot B) = 0{,}12$.

События A и B совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P\ (B) - P(A \cdot B) = 0{,}3 + 0{,}3 - 0{,}12 = 0{,}48.$$

Все варианты событий, которые могут быть:

НЕ ЗАКОНЧИЛСЯ В ПЕРВОМ — НЕ ЗАКОНЧИЛСЯ ВО ВТОРОМ

ЗАКОНЧИЛСЯ В ПЕРВОМ — НЕ ЗАКОНЧИЛСЯ ВО ВТОРОМ

НЕ ЗАКОНЧИЛСЯ В ПЕРВОМ — ЗАКОНЧИЛСЯ ВО ВТОРОМ

ЗАКОНЧИЛСЯ В ПЕРВОМ — ЗАКОНЧИЛСЯ ВО ВТОРОМ

Выражению – «кофе закончится хотя бы в одном» соответствуют три события из представленных. Значит, событие «кофе останется в обоих автоматах» противоположно событию «кофе закончится хотя бы в одном». И его вероятность равна $1 - 0{,}48 = 0{,}52$.

Ответ: 0,52

320173. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Поскольку биатлонист попадает в мишени с вероятностью 0,8, то он промахивается с вероятностью 1 – 0,8 = 0,2 (промах и попадание это события, которые при одном выстреле не могут произойти одновременно, сумма вероятностей этих событий равна 1).

Если речь идёт о совершении нескольких (независимых) событий при условии, что произойдёт одно событие из них и при этом другое (последующие) событие в одно время, то вероятности каждого отдельного такого события перемножаются.

Это правило называется – правилом умножения:

Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей. Таким образом, вероятность события «попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся» равна $0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}02048.$

Округляем до сотых, получаем 0,02

Ответ: 0,02.

320174. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Найдем вероятность того, что неисправны оба автомата.

Эти события независимые, значит вероятность будет равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}05 \cdot 0{,}05 = 0{,}0025.$

Значит, вероятность того, что исправны оба автомата или какой-то из них будет равна 1 – 0,0025 = 0,9975.

*Исправны оба и какой-то один полностью – отвечает условию «хотя бы один».

Можно представить вероятности всех (независимых) событий для проверки:

1. «неисправен-неисправен» $0{,}05 \cdot 0{,}05 = 0{,}0025$
2. «исправен-неисправен» $0{,}95 \cdot 0{,}05 = 0{,}475$
3. «неисправен-исправен» $0{,}05 \cdot 0{,}95 = 0{,}475$
4. «исправен-исправен» $0{,}95 \cdot 0{,}95 = 0{,}9025$

Чтобы определить вероятность того, что исправен хотя бы один автомат, необходимо сложить вероятности независимых событий 2,3 и 4.

$$0{,}475 + 0{,}475 + 0{,}9025 = 0{,}9975$$

Ответ: 0,9975.

320175. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

То есть необходимо найти вероятность события, когда не перегорят обе лампы, либо не перегорит только первая лампа, либо не перегорит только вторая лампа.

По условию вероятность перегорания лампы 0,3. Значит, вероятность исправности лампы в течение года равна $1 – 0{,}3 = 0{,}7$ (это независимые события).

Вероятность события:

«не перегорят обе» равна $0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}49$

«не перегорит первая, но перегорит вторая» равна $0{,}7 \cdot 0{,}3 = 0{,}21$

«перегорит первая, но не перегорит вторая» равна $0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21$

Таким образом, вероятность того, что в течение года хотя бы одна не перегорит равна 0,49 + 0,21+ 0,21 = 0,91

Можно было решить так:

Вероятность того, что перегорят обе лампы равна $0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$.

Эти события независимые, но при одновременном их совершении их вероятности перемножаются. То есть вероятность равна произведению вероятностей этих событий.

Вероятность того, что не перегорит хотя бы одна лампа равна $1 - 0{,}09 = 0{,}91$. Это событие противоположное тому событию, когда перегорят обе лампы.

Ответ: 0,91

320176. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Обозначим события:

A - «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет»

B - «чайник прослужит больше двух лет»

Тогда A + B – «чайник прослужит больше года».

События A и B совместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Вероятность произведения этих событий, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю. Тогда:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) – P(A\cdot B) = P(A) + P(B).$$

То есть, используя данные из условия, получаем

$$0{,}97 = P(A) + 0{,}89$$

Таким образом, вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года равна:

$$P(A) = 0{,}97 - 0{,}89 = 0{,}08$$

Ответ: 0,08

320177. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Пусть события:

A – «яйцо имеет высшую категорию»

B_1 – «яйцо произведено в первом хозяйстве»

B_2 – «яйцо произведено во втором хозяйстве»

Тогда

$A|B_1$ – «яйцо высшей категории произведено в первом хозяйстве»

$A|B_2$ – «яйцо высшей категории произведено во втором хозяйстве»

По формуле полной вероятности, вероятность того, что будет куплено яйцо высшей категории, равна:

$$P(AB_1) + P(AB_2) = P(A|B_1) \cdot P(B_1) + P(A|B_2) \cdot P(B_2) =$$
$$= 0{,}4 \cdot P(B_1) + 0{,}2 \cdot \left(1 - P(B_1)\right) = 0{,}2P(B_1) + 0{,}2$$

Так как по условию эта вероятность равна 0,35, то:

$$0{,}35 = 0{,}2P(B_1) + 0{,}2$$

$$P(B_1) = (0{,}35 - 0{,}2) : 0{,}2 = 0{,}75$$

Ответ: 0,75

320178. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

Всего 10 цифр (всевозможные исходы), из них 5 четных: 0, 2, 4, 6, 8 (благоприятные исходы). Вероятность того, что случайно будет нажата четная цифра, будет равна 5 к 10 или 5/10.

Ответ: 0,5

320179. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

Натуральных чисел от 10 до 19 всего десять, перечислим их: 10,11,12,13,14,15,16,17,18,19.

Таким образом, число всевозможных исходов 10.

Из них на три делятся три числа: 12, 15, 18 (это число благоприятных исходов). Следовательно, искомая вероятность равна 3 к 10 или 3/10.

Ответ: 0,3

320180. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Джон промахнется, если схватит пристрелянный револьвер (1 из 4) и промахнется из него, или если схватит непристрелянный револьвер (1 из 6) и промахнется из него.

Вероятность промахнуться из пристрелянного револьвера равна 0,1.

Вероятность промахнуться из непристрелянного револьвера равна 0,8.

Вероятность взять пристрелянный пистолет и при этом промахнуться из него равна $0{,}4 \cdot 0{,}1 = 0{,}04$

Вероятность взять не пристрелянный пистолет и при этом промахнуться из него равна $0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}48$

Эти события несовместны, значит искомая вероятность равна сумме вероятностей этих событий: $0{,}04 + 0{,}48 = 0{,}52$

Ответ: 0,52

320181. В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

Всего туристов пять (число всевозможных исходов), случайным образом из них выбирают двоих (число благоприятных исходов). Вероятность быть выбранным равна 2 к 5 или 2/5 = 0,4

Ответ: 0,4

320183. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Обозначим «ДА» ту сторону монеты, которая отвечает за выигрыш жребия «Физиком», другую сторону монеты обозначим «НЕТ».

Тогда благоприятных комбинаций три:

ДА-ДА-НЕТ ДА-НЕТ-ДА НЕТ-ДА-ДА

Всего комбинаций восемь:

НЕТ-НЕТ-НЕТ

НЕТ-НЕТ-ДА

НЕТ-ДА-НЕТ

НЕТ-ДА-ДА

ДА-НЕТ-НЕТ

ДА-НЕТ-ДА

ДА-ДА-НЕТ

ДА-ДА-ДА

Можно также определить по формуле $2^3 = 8$.

Таким образом, искомая вероятность равна 3 к 8 или 3/8 = 0,375.

Ответ: 0,375

320184. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «А - сумма очков равна 5»?

Сумма очков может быть равна 5 только случаях:

«1 + 4», «4 + 1», «2 + 3», «3 + 2».

Ответ: 4

320185. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход: в первый раз выпадает орёл, во второй — решка.

Всего возможных исходов — четыре:

орел-орел

орел-решка

решка-орел

решка-решка

Благоприятным является один: орел-решка. Следовательно, искомая вероятность равна 1 к 4 или ¼ = 0,25.

Ответ: 0,25

320186. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

Для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (это число всевозможных исходов):

….. Дания…….Норвегия…….Швеция……

…….Дания…….Швеция……Норвегия……

……Швеция………Дания……..Норвегия……

…….Швеция…….Норвегия……Дания…….

…....Норвегия……Дания……Швеция……..

……Норвегия……Швеция……Дания……..

Дания находится после Швеции и Норвегии в двух случаях (число благоприятных исходов). Поэтому вероятность того, что группы случайным образом будут распределены именно так, равна 2 к 6 или 2/6 = 1/3 = 0,3333333… Округляем ответ, получим 0,33

*Не важно общее количество выступающих групп, их может быть 5,10,15 и больше. В данном случае важен порядок выступления этих трёх групп относительно друг друга.

Ответ: 0,33

320187. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Сколько бы не было сделано выстрелов, все эти события (каждый отдельный выстрел) будут независимыми. При совершении независимых событий (в данном случае группы выстрелов) одновременно вероятность такого события будет равна произведению вероятностей этих независимых событий.

Вероятность поразить цель при первом выстреле равна 0,4.

Значит, вероятность промахнуться при первом выстреле равна 0,6.

Вероятность поразить цель при каждом последующем выстреле (втором ит.д.) равна 0,6.

Значит, вероятность промаха при каждом последующем выстреле равна 0,4.

Поставим вопрос: каким образом может быть поражена цель? Цель может быть поражена либо при первом выстреле, либо при втором выстреле, либо при третьем выстреле, либо при четвёртом выстреле, либо при пятом и т.д. …

Все перечисленные события независимые. Найдём их вероятности.

При первом:

Вероятность поражения равна 0,4.

При втором:

Вероятность поражения равна $0,6 \cdot 0,6 = 0,36$ (мимо-попал).

То есть, вероятность поражения цели не более, чем двумя выстрелами равна $0,4 + 0,36 = 0,76 < 0,98$

При третьем:

Вероятность поражения равна $0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,144$ (мимо-мимо-попал).

То есть, вероятность поражения цели не более, чем тремя выстрелами равна $0,4 + 0,36 + 0,144 = 0,904 < 0,98$

При четвёртом:

Вероятность поражения равна $0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,0576$ (мимо-мимо-мимо-попал).

То есть, вероятность поражения цели не более, чем четырьмя выстрелами равна $0,4 + 0,36 + 0,144 + 0,0576 = 0,9616 < 0,98$

При пятом:

Вероятность поражения равна $0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,02304$ (мимо-мимо-мимо-мимо-попал).

То есть, вероятность поражения цели не более, чем пятью выстрелами равна $0,4 + 0,36 + 0,144 + 0,0576 + 0,02304 = 0,98464 > 0,98$

Таким образом, необходимо сделать пять выстрелов, чтобы мишень была поражена с вероятностью более 0,98.

Ответ: 5

320188. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Вероятность выигрыша равна 0,4.

Вероятность проигрыша равна 0,4.

Значит, вероятность ничьей равна 1 – 0,4 – 0,4 = 0,2.

Команда может получить не меньше 4 очков в двух играх тремя способами: 3+1 (выиграли первую и ничья во второй), либо 1+3 (ничья в первой и выигрыш во второй), либо 3+3 (выиграли обе игры). Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме их вероятностей. Каждое из этих событий представляет собой произведение двух независимых событий — результата в первой и во второй игре.

То есть, вероятность выиграть первую игру и сыграть в ничью во второй равна: $0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08$

Вероятность сыграть в ничью первую игру и выиграть во второй равна: $0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$

Вероятность выиграть первую и вторую игру равна: $0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16$

Значит, вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований равна

$$P = 0{,}08 + 0{,}08 + 0{,}16 = 0{,}32$$

Ответ: 0,32

320189. В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

Из 5000 тысяч новорожденных 5000 – 2512 = 2488 девочек. Поэтому частота рождения девочек равна

$$\frac{2488}{5000} = 0{,}4976 \approx 0{,}498$$

Ответ: 0,498

320190. На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

Число всевозможных исходов 300 (число всех мест).

В самолете 12 + 18 = 30 мест удобных пассажиру В.

Значит, вероятность того, что пассажиру В. достанется удобное место, равна 30 к 300 или 30:300 = 0,1.

Ответ: 0,1

320191. На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Число всех исходов 250 (все участники).

В запасную аудиторию направили 250 – 120 – 120 = 10 человек.

Значит, вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории, равна 10 к 250 или 10:250 = 0,4.

Ответ: 0,04

320192. В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

В данной задаче число исходов явно не задано, требуется немного логики. Пусть один из близнецов находится в некоторой группе (любой из двух). Вместе с ним в группе может оказаться 12 человек из 25 оставшихся одноклассников.

Таким образом, число всевозможных исходов для второго близнеца равно 25 (он может оказаться среди 12 человек в группе с братом или среди 13 человек в другой группе). Число благоприятных исходов 12 (число человек, которые окажутся в группе с братом). Значит, вероятность этого события равна 12 к 25 или 12:25 = 0,48.

Ответ: 0,48

320193. В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей. 27 из них чёрные с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтые с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Всего машин 50 (это число всевозможных исходов).

Машин желтого цвета с черными надписями 23 (число благоприятных исходов). Значит, вероятность того, что на случайный вызов приедет машина желтого цвета с черными надписями, равна 23 к 50 или 23:50 = 0,46.

Ответ: 0,46

320194. В группе туристов 30 человек. Их вертолётом в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта.

На первом рейсе 6 мест (число благоприятных исходов), всего мест 30 (число всевозможных исходов). Тогда вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта, равна 6 к 30 или 6:30 = 0,2.

Ответ: 0,2.

320195. Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Частота (относительная частота) события, когда в указанном городе проигрыватель попадает в мастерскую равна 51 к 1000 или 51:1000 = 0,051.

Она отличается от предсказанной вероятности поступления в гарантийный ремонт на 0,051 – 0,045 = 0,006.

Ответ: 0,006

320196. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 мм с вероятностью 0,965.

Значит, необходимо найти вероятность противоположного события.

Она равна 1 – 0,965 = 0,035.

Ответ: 0,035

320198. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

Рассмотрим события:

А – «учащийся решит 11 задач»

В – «учащийся решит больше 11 задач»

Их сумма является событием:

А + В – «учащийся решит больше 10 задач».

События А и В несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Таким образом, используя данные задачи, получаем:

$$0{,}74 = P(A) + 0{,}67$$

Значит, $P(A) = 0{,}74 - 0{,}67 = 0{,}07$.

Ответ: 0,07

320199. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6; по русскому языку — 0,8; по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5. Найдите вероятность того, что он сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Для того, чтобы поступить хоть куда-нибудь, З. нужно сдать и русский язык, и математику как минимум на 70 баллов, а помимо этого еще сдать иностранный язык или обществознание не менее, чем на 70 баллов. Пусть

A — сдает математику не менее, чем на 70 баллов

B — сдает русский не менее, чем на 70 баллов

C — сдает иностранный не менее, чем на 70 баллов

D — сдает обществознание не менее, чем на 70 баллов

Вероятность того, что он сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей будет состоять из суммы вероятностей независимых событий: абитуриент сдаст

Математика > 70 Русский > 70 Иностранный > 70 Обществознание > 70

Математика > 70 Русский > 70 Иностранный < 70 Обществознание > 70

Математика > 70 Русский > 70 Иностранный > 70 Обществознание < 70

Вероятности этих событий соответственно равны:

$$0,6\cdot 0,8\cdot 0,7\cdot 0,5$$

$$0,6\cdot 0,8\cdot 0,3\cdot 0,5$$

$$0,6\cdot 0,8\cdot 0,7\cdot 0,5$$

Таким образом, вероятность поступить хотя бы на одну из специальностей равна:

$$0,6\cdot 0,8\cdot 0,7\cdot 0,5 + 0,6\cdot 0,8\cdot 0,3\cdot 0,5 + 0,6\cdot 0,8\cdot 0,7\cdot 0,5 =$$

$$= 0,48\cdot 0,35 + 0,48\cdot 0,15 + 0,48\cdot 0,35 =$$

$$= 0,48\cdot(0,35 + 0,15 + 0,35) = 0,48\cdot 0,85 = 0,408$$

Ответ: 0,408

320200. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Число всевозможных и благоприятных исходов явно не задано (так как о количестве тарелок в условии нет информации).

Число всевозможных и благоприятных исходов явно не задано (так как о количестве тарелок в условии нет информации).

Пусть n – это количество тарелок, которые произвёл завод. В продажу поступят все качественные тарелки (это 0,9n) и 20% не выявленных дефектных тарелок (это 0,2 от 0,1n), то есть $0{,}9n + 0{,}2 \cdot 0{,}1n = 0{,}92n$ тарелок, это и есть число всевозможных исходов. Поскольку качественных из них 0,9n (это число благоприятных исходов), то вероятность купить качественную тарелку равна:

$$\frac{0{,}9n}{0{,}92n} = \frac{90}{92} \approx 0{,}97826$$

Округляем до сотых, получим 0,98

Ответ: 0,98

320201. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Нам необходимо найти вероятность события, когда занят первый продавец, при этом занят второй, и при этом (занятости первого и второго) ещё занят и третий. Используется правило умножения. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Значит вероятность того, что все три продавца заняты, равна $0{,}3\cdot 0{,}3\cdot 0{,}3 = 0{,}027$.

Ответ: 0,027

320202. По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Вероятность, что первый магазин не доставит товар, равна $1 – 0{,}9 = 0{,}1$

Вероятность, что второй магазин не доставит товар, равна $1 – 0{,}8 = 0{,}2$

Эти события независимы. Вероятность совершения независимых событий одновременно (оба магазина не доставят товар), равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0{,}02$.

Ответ: 0,02

320203. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

Рассмотрим события:

A - «в автобусе меньше 15 пассажиров»

B - «в автобусе от 15 до 19 пассажиров».

Их сумма — это событие:

A + B — «в автобусе меньше 20 пассажиров».

События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

Тогда, используя данные задачи, получаем:

$$0{,}94=0{,}56+P(B)$$

Значит,

$$P(B)=0{,}94-0{,}56=0{,}38$$

Ответ: 0,38

320205. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

Выпадение жребия каждый отдельный раз это есть независимые друг от друга события. Каждый раз вероятность выпадения жребия для команды «Статор» равна 0,5 (при чём не важно для какого события – начнёт первым или вторым).

Требуется найти вероятность произведения трех событий:

«Статор» начинает первую игру, не начинает вторую игру, начинает третью игру. Вероятность совершения независимых событий в одно время равна произведению вероятностей этих событий.

Вероятность каждого из них, как уже сказано, равна 0,5.

Таким образом, находим: $0{,}5\cdot0{,}5\cdot0{,}5=0{,}125$.

Ответ: 0,125

320206. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

Для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта событий (таких, что 6-го числа погода должна быть отличная):

«A» хорошая-хорошая-отличная

«B» хорошая-отличная-отличная

«C» отличная-хорошая-отличная

«D» отличная-отличная-отличная

Найдем вероятности наступления такой погоды:

$$P(A) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}128$$

$$P(B) = 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}128$$

$$P(C) = 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}008$$

$$P(D) = 0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}128$$

Указанные события несовместные (то есть каждое из них может произойти независимо). Искомая вероятность равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(\mathrm{A}) + P(\mathrm{B}) + P(\mathrm{C}) + P(\mathrm{D}) =$$

$$= 0{,}128 + 0{,}128 + 0{,}008 + 0{,}128 = 0{,}392$$

Ответ: 0,392

302207. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Анализ может быть положительным если:

А) пациент болеет гепатитом, при этом его анализ верен;

В) пациент не болеет гепатитом, при этом его анализ ложен.

Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий.

Имеем:

$$P(A) = 0{,}05 \cdot 0{,}9 = 0{,}045$$

$$P(B) = 0{,}95 \cdot 0{,}01 = 0{,}0095$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0{,}045 + 0{,}0095 = 0{,}0545$$

Ответ: 0,0545

320208. В кармане у Миши было четыре конфеты — «Грильяж», «Белочка», «Коровка» и «Ласточка», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Миша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Грильяж».

В кармане было 4 конфеты, а выпала одна конфета. Поэтому вероятность совершения этого события равна 1 к 4 или одной четвертой.

Ответ: 0,25

320209. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1 час.

На циферблате между десятью часами и одним часом три часовых деления (в данном случае это число благоприятных исходов). Всего на циферблате 12 часовых делений (это число всевозможных исходов). Таким образом, искомая вероятность равна 3 к 12 или 3/12 = 0,25.

Ответ: 0,25

320210. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Вероятность того, что батарейка исправна, равна 1 – 0,06 = 0,94. Первая батарейка исправна и вторая батарейка исправна – это два независимые события.

Вероятность совершения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий:

$$0{,}94 \cdot 0{,}94 = 0{,}8836$$

Ответ: 0,8836

320211. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01.

Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ситуация, при которой батарейка будет забракована, может сложиться в результате событий:

А - батарейка действительно неисправна и забракована справедливо

или

В - батарейка исправна, но по ошибке забракована.

Это несовместные события. Значит, нам необходимо найти сумму вероятностей этих событий.

При чём их вероятности будут равны:

$$P(A) = 0{,}02 \cdot 0{,}99 = 0{,}0198$$

$$P(B) = 0{,}98 \cdot 0{,}01 = 0{,}0098$$

Таким образом,

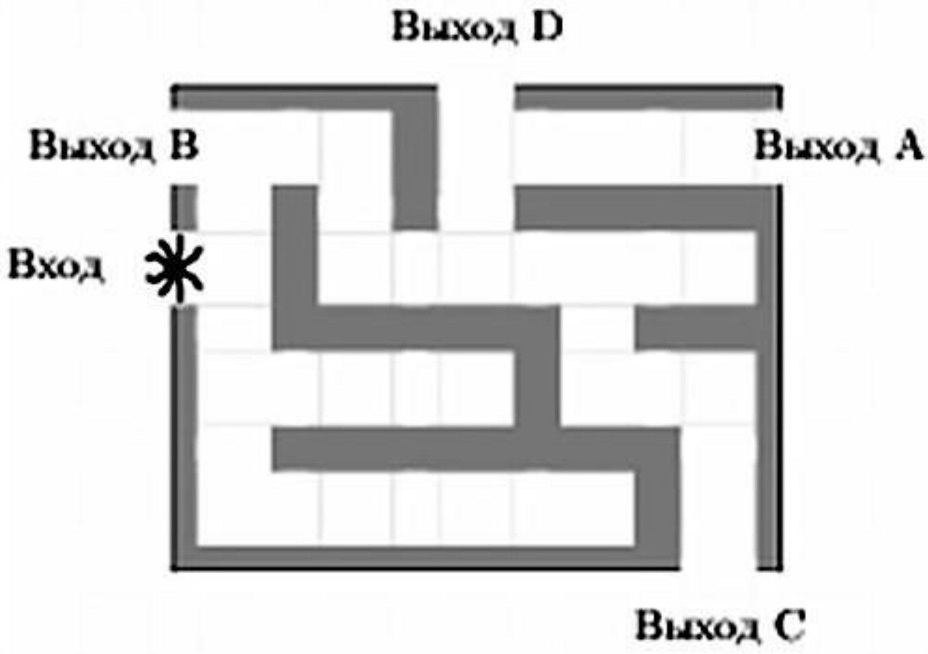
$$P(A) + P(B) =$$

$$= 0{,}02 \cdot 0{,}99 + 0{,}98 \cdot 0{,}01 =$$

$$= 0{,}0198 + 0{,}0098 = 0{,}0296$$

Ответ: 0,0296

320212. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



Всего развилок четыре. На каждой развилке паук с вероятностью 0,5 может выбрать путь, ведущий к выходу D, либо другой путь. Это независимые события, Вероятность того, что независимые события произойдут одновременно (паук на всех четырёх развилках выберет верное направление) равна произведению вероятностей этих событий. Таким образом, вероятность прийти к выходу D равна:

$$0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0.0625$$

Ответ: 0,0625

500997. В классе учится 21 человек. Среди них две подруги: Аня и Нина. Класс случайным образом делят на 7 групп, по 3 человека в каждой. Найти вероятность того, что Аня и Нина окажутся в одной группе.

Рассмотрим некоторую группу (любую из семи).

Вероятность того, что Аня окажется в ней, равна 1 к 7 или 1/7. Если Аня уже находится в этой группе, то с ней в группе Нина может оказаться на одном из двух мест (то есть 2 это число благоприятных исходов для Нины). Вместе с Аней в группе может оказаться любой из 20 одноклассников (это число всевозможных исходов). То есть вероятность того, что Нина окажется в этой же группе, равна 2 к 20 или 2/20.

Данные события (Аня и Нина попадут в одну группу) независимы.

Вероятность того, что независимые события произойдут одновременно (Аня и Нина попадут в одну группу) равна произведению вероятностей этих событий. Таким образом, вероятность того, что подруги окажутся в одной группе, равна

$$\frac{1}{7}\cdot\frac{2}{20}=\frac{2}{140}=\frac{1}{70}$$

Но, как сказано, всего групп семь. А значит, оговоренная комбинация возможна семь раз: Аня может изначально может оказаться в одной, второй, третьей группе и так далее …

Поэтому полученный результат умножаем на семь:

$$\frac{1}{70}\cdot 7=0{,}1$$

Ответ: 0,1

500998. В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

Чтобы пятирублевые монеты оказались в разных карманах, Петя должен взять из кармана одну пятирублевую и две десятирублевые монеты. Наборы монет, которые получаются:

5, 10, 10

10, 5, 10

10, 10, 5

По условию пятирублёвых монет две, десятирублёвых четыре.

Определим число всевозможных исходов. Это число всех вариантов, какими можно выбрать три монеты из шести. Используем формулу сочетания (она позволяет узнать сколькими способами можно выбрать N объектов из M):

$$C_m^n = \frac{m!}{n!\,(m-n)!}$$

Значит,

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!\,(6-3)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}{1\cdot2\cdot3\cdot1\cdot2\cdot3} = 4\cdot5 = 20$$

Теперь определим число благоприятных исходов.

Одну пятирублёвую монету из двух можно выбрать двумя способами.

Найдём сколькими способами можно выбрать две десятирублёвые монеты из четырёх. Используем формулу сочетания:

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!\,(4-2)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{1\cdot2\cdot1\cdot2} = 3\cdot2 = 6$$

Выбор пятирублёвой монеты и двух десятирублёвых события независимые. но так как они происходят одновременно, то количество благоприятных исходов будет равно произведению, то есть $2 \cdot 6 = 12$.

Таким образом, вероятность того, что пятирублёвые монеты лежат в разных карманах равна 12 к 20 или 12/20 = 0,6

Второй способ:

Чтобы пятирублевые монеты оказались в разных карманах, Петя должен взять из кармана одну пятирублевую и две десятирублевые монеты. Это можно сделать тремя способами: 5, 10, 10; 10, 5, 10 или 10, 10, 5. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Итак:

Вероятность того, что Петя взял пятирублевую монету, затем десятирублевую, и затем еще одну десятирублевую (в указанном порядке) равна

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{5}$$

Вероятность того, что Петя взял десятирублевую монету, затем пятирублёвую, и затем снова десятирублевую (в указанном порядке) равна

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{5}$$

Вероятность того, что Петя взял десятирублевую монету, затем ещё одну десятирублевую, и затем пятирублёвую (в указанном порядке) равна

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{5}$$

Таким образом, искомая вероятность равна:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 0{,}6$$

Ответ: 0,6

500999. В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 2 рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублёвые монеты лежат в одном кармане.

Двухрублевые монеты могут лежать в одном кармане в случаях, когда:

Петя переложил в другой карман 3 из 4 рублевых монет (а двухрублевые не перекладывал, то есть они остались в исходном кармане);

Петя переложил в другой карман обе двухрублевые монеты и одну рублевую одним из трех способов: 1-2-2; 2-1-2; 2-2-1.

Эти события несовместные. Искомая вероятность будет равна сумме вероятностей этих событий.

Итак, всего монет 6:

Вероятность того, что Петя переложил в другой карман 3 из 4 рублевых монет (то есть Петя взял рублёвую монету, затем снова рублёвую, и затем снова ещё одну рублёвую) равна

$$\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{1}{5}$$

Вероятность того, что Петя взял рублевую монету, затем двухрублевую, и затем еще одну двухрублевую (в указанном порядке) равна

$$\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{15}$$

Вероятность того, что Петя взял двухрублевую монету, затем рублёвую, и затем снова двух рублевую (в указанном порядке) равна

$$\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{15}$$

Вероятность того, что Петя взял двухрублевую монету, затем ещё одну двухрублевую, и затем рублёвую (в указанном порядке) равна

$$\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{4}=\frac{1}{15}$$

*Значения не имеет: Петя перекладывал по одной монете или брал их разом.

Таким образом, искомая вероятность равна:

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}=\frac{3}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}=0{,}4$$

Ответ: 0,4

ЕЩЁ ЗАДАЧИ

Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет чётное число очков?

1, 3, 5 — нечетные числа; 2, 4, 6 — четные. Число возможных исходов при бросании игральной кости 6. Число благоприятных исходов 3 (выпадение двойки, четвёрки или шестёрки). Таким образом, вероятность выпадения четного числа очков равна три к шести или 0,5.

Ответ: 0,5

Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет число меньше 4?

Другими словами, какова вероятность того, что выпадет либо единица, либо двойка, либо тройка? Число возможных исходов 6. Число благоприятных исходов 3 (выпадение единицы, двойки или тройки). Таким образом, вероятность выпадения числа меньшего четырёх будет 3 к 6 или 3/6=0,5.

Ответ: 0,5

В ящике 6 белых и 4 чёрных шара. Какова вероятность того, что первый наудачу выбранный шар окажется белым?

Всего шаров 10, значит число возможных исходов 10. Число благоприятных исходов 6 (в ящике 6 белых шаров). Вероятность того, что первый выбранный шар окажется белым 6 к 10, то есть 6/10=0,6

Ответ: 0,6

Набирая номер телефона, абонент забыл последнюю цифру. Какова вероятность того, что он правильно дозвонится, набрав последнюю цифру наугад?

Абоненту нужно выбрать одну из десяти цифр, то есть число возможных исходов 10. Число благоприятных исходов 1 (верной может быть только одна цифра). Вероятность того, что он правильно дозвонится равна 1 к 10 или 0,1.

Ответ: 0,1

Ученика попросили назвать число от 1 до 100. Какова вероятность того, что он назовёт число 56?

Число возможных исходов 100 (сто чисел). Верно названное число одно это 56, значит благоприятный исход один. Вероятность того, что он назовёт число 56 будет один к ста или 0,01.

Ответ: 0,01

Ученика попросили назвать число от 1 до 100. Какова вероятность того, что он назовёт число кратное пяти?

Число возможных исходов 100 (сто чисел). Чисел кратных пяти двадцать (перечислим):5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60,65,70,75,80,85,90,95,100.

То есть число благоприятных исходов 20. Вероятность того, что ученик назовёт число кратное пяти равна 20 к 100 или 20/100=0,2.

Ответ: 0,2

Ученика попросили назвать число от 1 до 100. Какова вероятность того, что он назовёт число, принадлежащее промежутку от 5 до 20 включительно?

Число возможных исходов 100. Число благоприятных исходов 16: это числа от 5 до 20 (5,6…..19,20), причём 5 и 20 входят в промежуток (в условии сказано «от 5 до 20 включительно»). Искомая вероятность равна 16/100.

Ответ: 0,16

Валя выбирает трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

Число возможных исходов это количество трёхзначных чисел. Их существует от 100 до 999, быстрее всего их можно посчитать так 1000-1-99=900 (исключаем тысячу и числа от 1 до 99). Из них на 51 делятся 18 чисел (переберём все):

102,153,204,255,306,357,408,459,510,561,612,663,714,765,816,867,918,969.

Можно посчитать количество чисел кратных 51 следующим образом:

1000:51=19,6 то есть чисел, которые делятся (кратны) на 51 в тысяче 19 штук. Но здесь же и число 51, его необходимо исключить (оно двухзначное). Получается 18 чисел. Таким образом, число благоприятных исходов 18. Вероятность искомого события равна 18 к 900, или 18/900=0,02.

Ответ: 0,02

При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что первый раз выпало меньше трёх очков.

Сумму в шесть очков можно получить следующими способами (переберём варианты): 1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1 – всего их пять, это и есть число возможных исходов. Из представленных вариантов также видно, что менее трёх очков при первом броске может выпасть только в двух случаях. Искомая вероятность равна 2 к 5 или 0,4.

Ответ: 0,4

Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, первые два броска окончатся одинаково.

Найдём число возможных исходов, переберём все варианты бросков. В подобных задачах составляйте таблицу, так считать на много удобней.

	1-й бросок	2-ой бросок	3-ий бросок
1	орёл	орёл	орёл
2	орёл	орёл	решка
3	орёл	решка	решка
4	орёл	решка	орёл
5	решка	решка	решка
6	решка	решка	орёл
7	решка	орёл	орёл
8	решка	орёл	решка

Всего возможных исходов восемь.

Первые два броска одинаково могут окончится в четырёх случаях это 1,2,5,6 варианты, то есть благоприятных исходов 4. Искомая вероятность равна 4/8=0,5.

Ответ: 0,5

Обратите внимание, что если в условие добавить одно только слово, смысл задачи изменится, многие из-за невнимательности решают неверно. Итак:

Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что ***только*** первые два броска окончатся одинаково.

Благоприятных исходов будет 2, это 2-й и 6-й варианты, первый и пятый варианты исключаются из-за этого «только».

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

В данной задаче составляется та же таблица, что и предыдущей. Орёл не выпадет ни разу только в одном варианте из восьми (пятый вариант). Искомая вероятность равна 1 к 8 или 0,125.

Ответ: 0,125

В среднем на 150 карманных фонариков приходится три неисправных. Какова вероятность купить исправный фонарик.

Количество возможных исходов 150. Количество благоприятных исходов 150-3=147 (на 150 приходится 147 исправных). Вероятность купить исправный фонарик 147 к 150 или 147/150=49/50=0,98 Ответ: 0,98

Здесь стоит сделать оговорку. В условии не сказано «на 150 *исправных* карманных фонариков», поэтому мы рассматриваем 150 как число всех фонариков (это и исправные и неисправные).

Теперь решим такую задачу:

В среднем на 150 <u>исправных</u> карманных фонариков приходится три неисправных. Какова вероятность купить исправный фонарик. Результат округлите до сотых.

Число всевозможных исходов 153. Число благоприятных исходов 150 (число исправных). Вероятность купить исправный фонарик равна 150 к 153 или

$$\frac{150}{153} = \frac{50}{51} \approx 0{,}9804 \ldots .$$

Ответ: 0,98